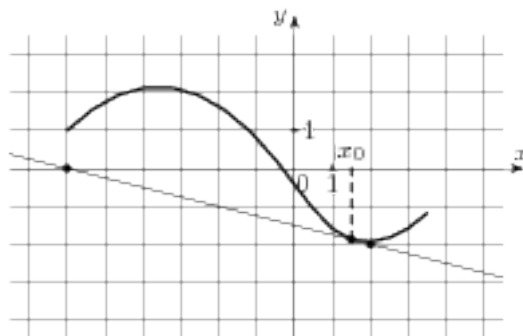


Производная. Задача В8

Надеемся, вы прочитали нашу статью «Геометрический смысл производной». Посмотрим теперь, как всё это применяется для решения задачи В8. Все задачи взяты из банка заданий ЕГЭ, разработанного ФИПИ.

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



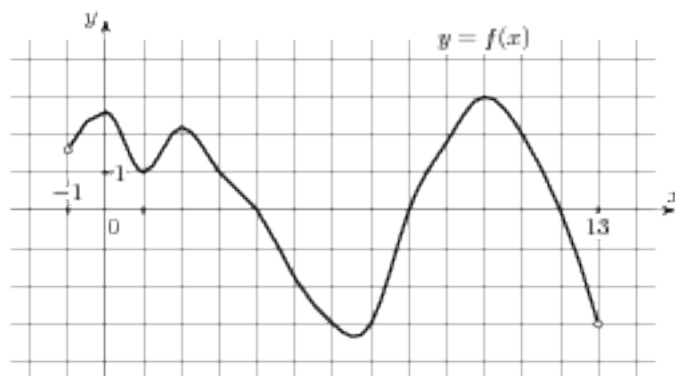
Начнём с определения знака производной. Мы видим, что в точке x_0 функция убывает, следовательно, её производная отрицательна. Касательная в точке x_0 образует тупой угол α с положительным направлением оси X . Поэтому из прямоугольного треугольника мы найдём тангенс угла φ , смежного с углом α .

Мы помним, что тангенс угла в прямоугольном треугольнике равен отношению противолежащего катета к прилежащему: $\operatorname{tg} \varphi = 0,25$. Поскольку $\alpha + \varphi = 180^\circ$, имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(180^\circ - \varphi) = -\operatorname{tg} \varphi = -0,25.$$

Ответ: $-0,25$.

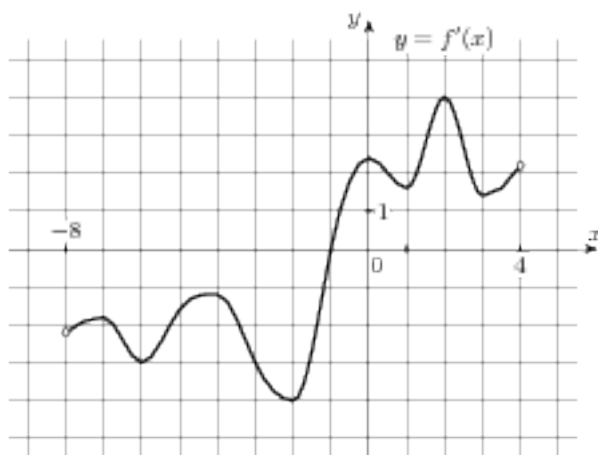
2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Внимательно читаем задание. Изображён график функции, а вопрос — о производной. Вспоминаем, что производная положительна там, где функция возрастает. Обратите внимание, что в концах отрезка функция не определена — там пустые точки. В точках 0, 1, 2, 10 функция имеет экстремумы (максимумы или минимумы), то есть не является возрастающей. Считаем количество целых точек, в которых функция возрастает. Их всего три — точки 7, 8 и 9.

Ответ: 3.

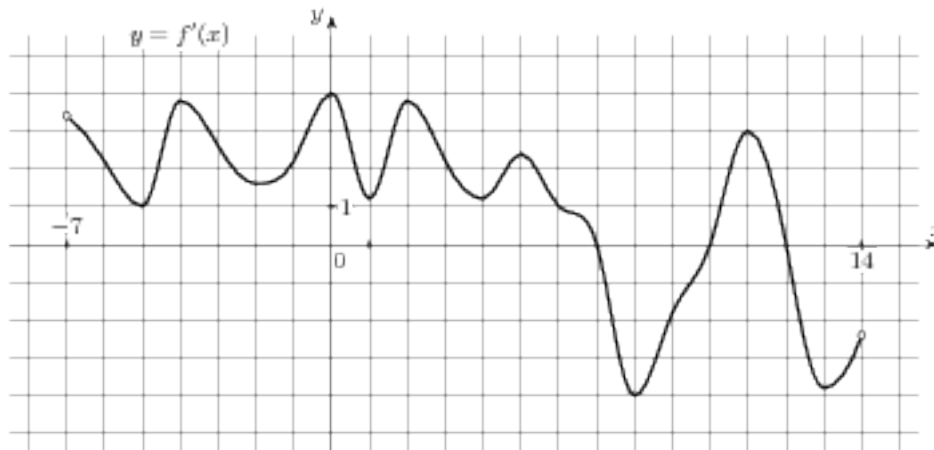
3. На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Внимательно читаем условие. Вопрос — о наибольшем значении функции, а изображена производная. Следовательно, по поведению производной мы должны выяснить, как ведёт себя функция. На промежутке $[-5; -1)$ производная отрицательна, то есть функция убывает. В точке -1 производная равна нулю — это точка минимума функции. Поскольку функция убывает на промежутке $[-5; -1)$, её значения становятся меньше, следовательно, самое большое значение на отрезке $[-5; -1]$ достигалось в точке -5 .

Ответ: -5 .

4. На рисунке изображён график производной функции $f'(x)$, определённой на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 9]$.



Обратите внимание, что в задаче спрашивается о функции, а нарисована её производная! Задачи такого типа уже несколько лет встречаются в вариантах ЕГЭ, и абитуриенты все равно ловятся на том, что невнимательно читают условие.

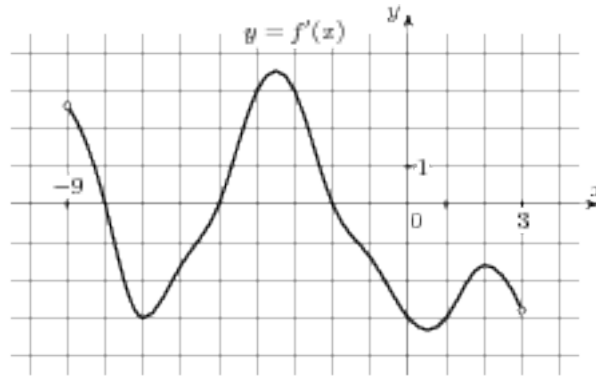
Вспомним, что в точке максимума функции производная равна нулю и меняет знак с $(+)$ на $(-)$. Отмечаем на графике производной отрезок $[-6; 9]$ и находим на этом отрезке такие точки, в которых это условие выполняется — то есть производная равна нулю и меняет знак с $(+)$ на $(-)$. Такая точка на этом отрезке всего одна, $x = 7$. В ответе нужно указать количество точек.

Ответ: 1.

5. Вот задание В8, вызвавшее наибольшие сложности у абитуриентов при подготовке к ЕГЭ.

На рисунке изображён график производной функции $f'(x)$, определённой на интервале $(-9; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна пря-

мой $y = 2x - 19$ или совпадает с ней.



Итак, касательная к графику параллельна некоторой прямой. Мы знаем, что если прямые параллельны (или совпадают), их угловые коэффициенты одинаковы. Следовательно, угловой коэффициент касательной к графику нашей функции – такой же, как и у прямой $y = 2x - 19$, то есть равен двум. Угловой коэффициент касательной, проведенной в точке x_0 к графику функции, равен значению производной в точке x_0 . Значит, нам надо найти количество точек, в которых производная равна 2. На рисунке изображен график производной. Мы видим, что производная равна 2 в трёх точках. В ответе указываем количество точек.

Ответ: 3.

Мы разобрали основные типы заданий В8, встречающихся в вариантах ЕГЭ. Для более серьёзной подготовки — обращайтесь за консультацией.

Успехов вам на экзамене!